Lycée Pilote Sfax	Devoir de synthèse N°1 Mathématiques	1-Année 9- 12 – 2003	A-S 2003-2004

Algèbre : (8 points)

I) Calculer $A = (\sqrt{2}+1)^{-2} + (\sqrt{2}-1)^{-2}$

II) On donne $x = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ et $y = \sqrt{2+\sqrt{3}}$

1) Montrer que x et y sont des inverses
2) Calculer $(x-y)^2$, en déduire $x - y$ puis calculer $x^3 - y^3$

III) Factoriser l' expression suivante : $x^6 + 8$, en déduire que pour tout réel x , $x^4 > 2x^2 - 4$

IV) a et b sont deux réels positifs :

1) Montrer que $a^3 + b^3 \geq a^2 b + a b^2$
2) Montrer que si ($a \leq b$ et $a + b = 1$) alors $\sqrt{a^3 + ab^2} \leq b$.

Arithmétique : (3 points)

La division euclidienne d'un entier naturel n par 8 donne un reste égal à 3.

Soit a un réel telle que $a^2 = \sqrt{2}$

1) Montrer que a^{n-1} est un entier naturel
2) Déterminer n sachant que $a^{n+1} = 128$

Géométrie : (9 points)

I) ABC est un triangle rectangle en A telle que AB = 4 et AC = 3 (l'unité est le cm)

1) Calculer tg ($\widehat{ABC}$)
2) La médiatrice Δ du segment $[BC]$ coupe (BC) en K et (AB) en I .
   a) Montrer que les points A , C , I et K appartiennent à un même cercle (ζ).
   b) Montrer que $\widehat{ABC} = \widehat{KCI} = \widehat{KAI}$.
   c) Calculer I K
3) La droite parallèle à (CI) passant par B coupe (AC) en H , montrer que $[BC]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABH}$.

II) On considère un rectangle ABCD telle que AB = 8 et A D = 5 . (l'unité est le cm) .

E est le point du segment $[AB]$ telle que AE = 3 et M un point quelconque de $[AD]$ distinct de A et D

La perpendiculaire à la droite (AB) passant par E coupe (DC) en F , les droites (MB) et (MC) coupent respectivement (EF) en I et J .

1) Evaluer le rapport $\dfrac{MI}{MB}$

2) Montrer que l'aire du triangle MIJ est constante .

3) Montrer que tg ($\widehat{ABM}$) + tg ($\widehat{DCM}$) = $\dfrac{5}{8}$